リカードの中立命題[1]

Ricardian Neutrality Theorem

板垣　有記輔[2]
Yukio ITAGAKI

リカード[3]の中立命題 Ricardian Neutrality Theorem：現在から将来にかけての政府支出の流列を所与とした場合、この政府支出の流列を賄うための租税政策は民間の消費を含む均衡経路に影響を一切及ぼさない[4]。

定理　仮定１～７の下で、上記のリカードの中立命題が成立する。

仮定１　現在時点0から将来にかけての政府の支出流列はすでに立法府（国会）で決定されていて、行政府（政府）は計画された支出の執行を義務づけられている。したがって、各時点 $t \in [0,\infty)$ の一人当たりの政府支出を $g(t)$ とすると政府の支出計画 $\{g(t)\}_{t=0}^{\infty}$ は所与とみなされる。

仮定２　家計の担税力の有無に関係なく、すべての家計に対して各時点 $t \in [0,\infty)$ に一律に一括税 lump-sum tax $z(t)$ が課される。

仮定３　政府は各時点 $t \in [0,\infty)$ で、利子率 $r(t)$ で国債を国民一人当たり $b(t)$ 発行して、必要な資金を調達することができる。

仮定４　任意の時点 $t \in [0,\infty)$ で、国債の利子率 $r(t)$ と資産の瞬間収益率 $\frac{1}{a(t)}\frac{da(t)}{dt}$ は等しく、

$$\frac{1}{a(t)}\frac{da(t)}{dt} = r(t)$$

である。

---

1 財政学担当の専任講師として赴任され、その後長年にわたって経済学部長として本学部の革新的発展に多大な貢献をされた長谷部秀孝氏に本稿を捧げる。
2 創価大学名誉教授（2015年３月18日）、経済学博士（東北大学、1986年７月17日）
3 リカードウ著　羽鳥卓也・吉澤芳樹訳 [12]『経済学及び課税の原理』下巻 岩波文庫 2018年 第８刷 第17章 原生産物以外の商品に対する租税、pp.47-65.
4 あるいは、**リカードの等価命題 Ricardian Equivalence Theorem**：現在から将来にかけての所与の政府支出の調達手段として、租税と国債は等価である。

両辺を積分すると

$$\int_0^t \frac{1}{a(s)}\frac{da(s)}{ds}ds = \int_0^t r(s)ds + C$$,（C は任意定数）

$$\left[\log_e a(s)\right]_0^t = \int_0^t r(s)ds + C$$

$$\log_e a(t) - \log_e a(0) = \int_0^t r(s)ds + C$$

$$\log_e \frac{a(t)}{a(0)} = \int_0^t r(s)ds + C$$

$$\frac{a(t)}{a(0)} = \exp\left\{\int_0^t r(s)ds\right\}\exp C$$

ここで、

$$1 = \frac{a(0)}{a(0)} = \exp\left\{\int_0^0 r(s)ds\right\}\exp C = \exp\{0\}\exp C = \exp C$$

より、$C = 0$ であるから、

$$a(t) = a(0)\exp\left\{\int_0^t r(s)ds\right\}\exp 0 = a(0)\exp\left\{\int_0^t r(s)ds\right\}$$

仮定５　家計の予算制約式は、

$$\frac{d}{dt}a(t) = r(t)a(t) + w(t) - z(t) - c(t), t \in [0,\infty)$$

ただし、 $\lim_{t\to\infty} a(t)\exp\left\{-\int_0^t r(\xi)d\xi\right\} = 0$（NPG 条件[5]）

である。ここに、$a(t)$ は当該家計の時点 t の保有資産高、$r(t)$ は保有資産の時点 t の瞬間収益率、$w(t)$ は時点 t の労働賃金率、$z(t)$ は時点 t の一括税、$c(t)$ は時点 t の消費量である。

補題　保有資産 $a(t)$ に関する１階線形微分方程式

$$\frac{d}{dt}a(t) = r(t)a(t) + w(t) - z(t) - c(t) \tag{1}$$

の解 $a(t)$ は、資産の初期保有量 $a(0) = a_0$ の下で、

$$a(t) = a_0 \exp\left\{\int_0^t r(\xi)d\xi\right\} + \int_0^t \big(w(\tau) - z(\tau) - c(\tau)\big)\exp\left\{\int_\tau^t r(\xi)d\xi\right\}d\tau \tag{2}$$

と定まる。

5 非ポンジー・ゲーム条件 No-Ponzi-game condition: 借金を借金で賄うポンジーゲームの禁止。

証明 当該家計が服すべき、生涯予算制約式である $a(t)$ についての線形微分方程式

$$\frac{d}{dt}a(t)+\left(-r(t)\right)a(t)=w(t)-z(t)-c(t) \tag{1}$$

の一般解は、

$$a(t)=e^{-\int -r(t)dt}\left\{\int w(t)-z(t)-c(t)e^{\int -r(t)dt}dt+C\right\},\ （C\text{は任意定数}） \tag{3}$$

である[6]。

実際、この式の両辺を t で微分すると

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}a(t)&=\frac{d}{dt}\left(e^{-\int -r(t)dt}\right)\cdot\left\{\int w(t)-z(t)-c(t)e^{\int -r(t)dt}dt+C\right\}\\&\quad+e^{-\int -r(t)dt}\cdot\frac{d}{dt}\left\{\int w(t)-z(t)-c(t)e^{\int -r(t)dt}dt+C\right\}\\&=\frac{d}{dt}\left(\int r(t)dt\right)e^{-\int -r(t)dt}\left\{\int w(t)-z(t)-c(t)e^{\int -r(t)dt}dt+C\right\}\\&\quad+e^{-\int -r(t)dt}\left\{w(t)-z(t)-c(t)\right\}e^{\int -r(t)dt}\\&=r(t)e^{-\int -r(t)dt}\left\{\int w(t)-z(t)-c(t)e^{\int -r(t)dt}dt+C\right\}\\&\quad+e^{\int r(t)dt}\left\{w(t)-z(t)-c(t)\right\}e^{\int -r(t)dt}\\&=r(t)a(t)+w(t)-z(t)-c(t)\end{aligned}$$

となる。すなわち、(3) は、確かに (1) の一般解である。

次に、資産の初期保有量 $a(0)=a_0$：所与のときの解を求める。

このときは、一般解 (3) の任意定数 C が決まる。

いま

$$A(t)=\int -r(t)dt$$

$$F(t)=\int\left\{w(t)-z(t)-c(t)\right\}e^{A(t)}dt$$

と定義すると (3) の一般解 $a(t)$ は、次のようになる。

$$\begin{aligned}a(t)&=e^{-\int -r(t)dt}\left\{\int w(t)-z(t)-c(t)e^{\int -r(t)dt}dt+C\right\},\ （C\text{は任意定数}）\\&=e^{-A(t)}\left\{F(t)+C\right\}=Ce^{-A(t)}+e^{-A(t)}F(t)\end{aligned}$$

6 例えば、半世紀の長き間親しんできた木村俊房 [4]『常微分方程式の解法』培風館 初版 pp.21-22.

$t=0$ とすると

$$Ce^{-A(0)}+e^{-A(0)}F(0)=a(0)=a_0$$

であるから、

$$C=a_0e^{A(0)}-F(0)$$

それ故

$$\begin{aligned}a(t)&=Ce^{-A(t)}+e^{-A(t)}F(t)\\&=\left(a_0e^{A(0)}-F(0)\right)e^{-A(t)}+e^{-A(t)}F(t)\\&=a_0e^{-(A(t)-A(0))}+e^{-A(t)}\left(F(t)-F(0)\right)\\&=a_0e^{-(A(t)-A(0))}+e^{-A(t)}\left(\int_0^t\left\{w(\tau)-z(\tau)-c(\tau)\right\}e^{A(\tau)}d\tau\right)\\&=a_0e^{-(A(t)-A(0))}+\int_0^t\left\{w(\tau)-z(\tau)-c(\tau)\right\}e^{-(A(t)-A(\tau))}d\tau.\end{aligned}$$

ところで、$A(t)=\int -r(t)dt$ より、

$$A(t)-A(0)=\int_0^t -r(s)ds,\ A(t)-A(\tau)=\int_\tau^t -r(s)ds$$

であるから、結局

$$\begin{aligned}a(t)&=a_0e^{-(A(t)-A(0))}+\int_0^t\left\{w(\tau)-z(\tau)-c(\tau)\right\}e^{-(A(t)-A(\tau))}d\tau\\&=a_0\exp\left\{\int_0^t r(\xi)d\xi\right\}+\int_0^t\left\{w(\tau)-z(\tau)-c(\tau)\right\}\exp\left\{\int_\tau^t r(\xi)d\xi\right\}d\tau\end{aligned}$$

を得る。 **証了**

仮定6 家計は生涯予算制約式に服しながら、生涯効用 $\int_0^\infty u\left(c(\tau)\right)e^{-\delta t}dt$ を最大化するように最適な消費経路 $\left\{c^*(t)\right\}_{t=0}^\infty$ を選択するものとする。すなわち、

$$\max_{(c(t))_0^\infty}\leftarrow\int_0^\infty u\left(c(t)\right)e^{-\delta t}dt$$

$$subject\ to\begin{cases}a(t)=a(0)\exp\left\{\int_0^t r(\xi)d\xi\right\}+\int_0^t\left(w(\tau)-z(\tau)-c(\tau)\right)\exp\left\{\int_\tau^t r(\xi)d\xi\right\}d\tau\\a(0)=a_0:given\end{cases}$$

$\Leftrightarrow$

$$\max_{(c(t))_0^\infty} \leftarrow \int_0^\infty u\left(c(t)\right)e^{-\delta t}dt$$

$$subject\ to \begin{cases} \dfrac{d}{dt}a(t) = r(t)a(t) + w(t) - z(t) - c(t) \\ a(0) = a_0 : given \end{cases}$$

仮定７　各時点 $t \in [0,\infty)$ で、政府の動学的予算制約式

$$\underbrace{\frac{d}{dt}b(t)}_{\text{国債新規発行}} - \underbrace{r(t)b(t)}_{\text{国債利払い}} = \underbrace{g(t)}_{\text{政府支出}} - \underbrace{z(t)}_{\text{一括税}}$$

$$b(0) = b_0 : given$$

$$\lim_{t\to\infty} b(t)\exp\left\{-\int_0^t r(\xi)d\xi\right\} = 0$$ （NPG 条件）

を満たされなければならない[7]。

定理の証明

まず、国債の初期保有量が $b(0) = b_0$ であるときの政府の生涯予算制約式は、家計のそれと全く同様にして求められ、

$$b(t) = b_0\exp\left\{\int_0^t r(\zeta)d\zeta\right\} + \int_0^t \left(g(\tau) - z(\tau)\right)\exp\left\{\int_\tau^t r(\zeta)d\zeta\right\}d\tau$$

である。

よって、

$$-\int_0^t z(\tau)\exp\left\{\int_\tau^t r(\zeta)d\zeta\right\}d\tau = b(t) - b_0\exp\left\{\int_0^t r(\zeta)d\zeta\right\} - \int_0^t g(\tau)\exp\left\{\int_\tau^t r(\zeta)d\zeta\right\}d\tau$$

を得る。

政府の生涯予算制約式を家計の生涯予算制約式に代入すると

$$\begin{aligned} a(t) &= a(0)\exp\left\{\int_0^t r(\xi)d\xi\right\} + \int_0^t \left(w(\tau) - z(\tau) - c(\tau)\right)\exp\left\{\int_\tau^t r(\xi)d\xi\right\}d\tau \\ &= a(0)\exp\left\{\int_0^t r(\xi)d\xi\right\} + \int_0^t \left(w(\tau) - c(\tau)\right)\exp\left\{\int_\tau^t r(\xi)d\xi\right\}d\tau \\ &\quad - \int_0^t z(\tau)\exp\left\{\int_\tau^t r(\xi)d\xi\right\}d\tau \end{aligned}$$

7　$\underbrace{z(t)}_{\text{一括税}} - \underbrace{g(t)}_{\text{政府支出}} = -\underbrace{\frac{d}{dt}b(t)}_{\text{国債新規発行}} + \underbrace{r(t)b(t)}_{\text{国債利払い}}$：基礎的財政収支（プライマリーバランス）という。

$$=a(0)\exp\left\{\int_0^t r(\xi)d\xi\right\}+\int_0^t\left(w(\tau)-c(\tau)\right)\exp\left\{\int_\tau^t r(\xi)d\xi\right\}d\tau$$

$$+b(t)-b_0\exp\left\{\int_0^t r(\zeta)d\zeta\right\}-\int_0^t g(\tau)\exp\left\{\int_\tau^t r(\zeta)d\zeta\right\}d\tau$$

$$=(a_0-b_0)\exp\left\{\int_0^t r(\xi)d\xi\right\}+\int_0^t\left(w(\tau)-c(\tau)\right)\exp\left\{\int_\tau^t r(\xi)d\xi\right\}d\tau$$

$$+b(t)-\int_0^t g(\tau)\exp\left\{\int_\tau^t r(\zeta)d\zeta\right\}d\tau$$

$$=(a_0-b_0)\exp\left\{\int_0^t r(\xi)d\xi\right\}+\int_0^t\left(w(\tau)-g(\tau)\right)\exp\left\{\int_\tau^t r(\xi)d\xi\right\}d\tau$$

$$+b(t)-\int_0^t c(\tau)\exp\left\{\int_\tau^t r(\xi)d\xi\right\}d\tau$$

よって、

$$a(t)-b(t)=(a_0-b_0)\exp\left\{\int_0^t r(\xi)d\xi\right\}+\int_0^t\left(w(\tau)-g(\tau)\right)\exp\left\{\int_\tau^t r(\xi)d\xi\right\}d\tau$$

$$-\int_0^t c(\tau)\exp\left\{\int_\tau^t r(\xi)d\xi\right\}d\tau$$

両辺に $\exp\left\{-\int_0^t r(\xi)d\xi\right\}$ をかければ、

$$a(t)\exp\left\{-\int_0^t r(\xi)d\xi\right\}-b(t)\exp\left\{-\int_0^t r(\xi)d\xi\right\}$$

$$=a_0-b_0+\int_0^t\left(w(\tau)-g(\tau)\right)\exp\left\{-\int_0^\tau r(\xi)d\xi\right\}d\tau-\int_0^t c(\tau)\exp\left\{-\int_0^\tau r(\xi)d\xi\right\}d\tau.$$

$t\to\infty$ とすれば、

$$\lim_{t\to\infty}a(t)\exp\left\{-\int_0^t r(\xi)d\xi\right\}-\lim_{t\to\infty}b(t)\exp\left\{-\int_0^t r(\xi)d\xi\right\}$$

$$=a_0-b_0+\int_0^\infty\left(w(\tau)-g(\tau)\right)\exp\left\{-\int_0^\tau r(\xi)d\xi\right\}d\tau-\int_0^\infty c(\tau)\exp\left\{-\int_0^\tau r(\xi)d\xi\right\}d\tau.$$

ここで、資産残高 $a(t)$、国債残高 $b(t)$ についての NPG 条件

$\lim_{t\to\infty}a(t)\exp\left\{-\int_0^t r(\xi)d\xi\right\}=0,\lim_{t\to\infty}b(t)\exp\left\{-\int_0^t r(\xi)d\xi\right\}=0$ を斟酌すれば、

$$a_0+\int_0^\infty w(\tau)\exp\left\{-\int_0^\tau r(\xi)d\xi\right\}d\tau-\left(b_0+\int_0^\infty g(\tau)\exp\left\{-\int_0^\tau r(\xi)d\xi\right\}d\tau\right)$$

$$=\int_0^\infty c(\tau)\exp\left\{-\int_0^\tau r(\xi)d\xi\right\}$$

これは、時点0の資産 a_0 と生涯労働所得 $\int_0^\infty w(\tau)\exp\left\{-\int_0^\tau r(\xi)d\xi\right\}d\tau$ を合わせた家計の生涯所得 $a_0+\int_0^\infty w(\tau)\exp\left\{-\int_0^\tau r(\xi)d\xi\right\}d\tau$ から、時点0の政府債務残高 b_0 と政府支出の割引現在価値の総和 $\int_0^\infty g(\tau)\exp\left\{-\int_0^\tau r(\xi)d\xi\right\}d\tau$ を控除した金額を、家計は生涯消費流列 $\left\{c(t)\right\}_{t=0}^\infty$ に充てることができることを示しており、政府の予算制約式を勘案した家計の予算制約式といえる。ここで、左辺に現れる0時点（現時点）の国債残高 b_0 と将来の政府支出の流列 $\left\{g(t)\right\}_{t=0}^\infty$ は、現時点（0時点）ですでに決まっていて、所与である。

政府がどのようなころあいで、どのような規模で一括税を課すかという政府の課税政策 $\left\{z(\tau)\right\}_{\tau=0}^\infty$ は、家計が消費に充当できる生涯所得

$a_0+\int_0^\infty w(\tau)\exp\left\{-\int_0^\tau r(\xi)d\xi\right\}d\tau-\left(b_0+\int_0^\infty g(\tau)\exp\left\{-\int_0^\tau r(\xi)d\xi\right\}d\tau\right)$ には、影響を与えない。

したがって、政府支出 $\left\{g(t)\right\}_{t=0}^\infty$ の財源としての政府の租税政策 $\left\{z(t)\right\}_{t=0}^\infty$ は、家計が消費に充当できる生涯所得に依存して決まる家計の最適消費を含む均衡経路 $\left\{c^*(t),\cdots\right\}_{t=0}^\infty$ に影響を与えることはできない。よって、定理：リカードの中立命題 は確かに成立する。

証了

参照文献

[1] Barro, Robert J., Are Government Bonds Net Wealth? *Journal of Political Economy*. November 1974. Vol.82, No.6. pp.1095-1117.

[2] Barro, Robert J., The Ricardian Approach to Budget Deficits. *Journal of Economic Perspectives*. Spring, 1989. Vol.3, No.2. pp.37-54.

[3] Buchanan, James M., Barro on the Ricardian Equivalence Theorem. *Journal of Political Economy*. April 1976. Vol.84 No.2, pp.337-342.

[4] 木村俊房『常微分方程式の解法』培風館 , 初版 第50刷 , 21-22頁 .

[5] 小塩隆士『コア・テキスト財政学』第２版第２刷 新世社 , 2017年 , 第７章 公債 , 155-180頁 .

[6] 林 貴志『マクロ経済学 動学的一般均衡理論入門』ミネルヴァ書房 , 2012年 , 第５章 動学的一般均衡理論―多期間モデル , 89-122頁 .

[7] Ljungqvist, L. and T. J. Sargent, *Recursive Macroeconomic Theory*. 4th ed., MIT, 2018, Chp28 Credit and Currency, pp.1171-1206.

[8] D. Romer, *Advanced Macroeconomics* 5th ed., McGraw Hill, 2018, Chapter 13 Budget Deficits and Fiscal Policy, pp.660-714.

[9] D. ローマー『上級マクロ経済学』（原書第３版）日本評論社 , 2018年 , 第11章 財政赤字と財政政策 11.2 リカードの中立性 11.3 実際におけるリカードの中立性 .

[10] 齊藤 誠・岩本康志・太田聰一・柴田章久『新版 マクロ経済学』有斐閣 , 2016年 , 第16章 消費と投資 第４節 動学的な経済環境における財政政策 . 617-624頁 .

[11] 本間正明・岩本康志 ほか『財政論』（丸山 徹 編 経済学教室８）培風館 , 2019年 , 第９章 国債と年金 9.2.3 税と国債 ―リカードの等価定理― .

[12] リカードウ著 羽鳥卓也・吉澤芳樹訳『経済学及び課税の原理』下巻 岩波文庫 , 2018年 , 第８刷 第17章 原生産物以外の商品に対する租税 , pp.47-65.